

A/ LÝ THUYẾT.

PHẦN ĐẠI SỐ

- 1. Giải phương trình chứa căn thức.**
- 2. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế, phương pháp cộng đại số**
- 3. Cách vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$**
- 4. Công thức nghiệm của phương trình bậc hai:**

Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có biệt thức (Đelta): $\Delta = b^2 - 4ac$

+ Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

+ Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

+ Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm

- 5. Công thức nghiệm thu gọn của phương trình bậc hai:**

Dùng khi hệ số $b = 2b'$

Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có $\Delta' = b'^2 - ac$ ($b = 2b'$)

+ Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình vô nghiệm

+ Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{a}$

+ Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta'}}{a}$; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta'}}{a}$

6. Hệ thức Vi-ét.

a) Định lí Vi-ét:

Nếu $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) thì :

+) Tổng hai nghiệm: $S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$

+) Tích hai nghiệm: $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

b) Ứng dụng:

+ Hệ quả 1: Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có: $a + b + c = 0$ thì phương trình có nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{c}{a}$

+ Hệ quả 2: Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có: $a - b + c = 0$ thì phương trình có nghiệm: $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{-c}{a}$

c) Định lí: (đảo Vi-ét)

Nếu hai số $x_1; x_2$ có $x_1 + x_2 = S$; $x_1 \cdot x_2 = P$ thì $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình bậc hai:

$$x^2 - Sx + P = 0 \quad (x_1; x_2 \text{ tồn tại khi } \Delta = S^2 - 4P \geq 0)$$

Chú ý:

+ Định lí Vi-ét chỉ áp dụng được khi phương trình có nghiệm (tức là $\Delta \geq 0$)

+ Nếu **a** và **c** trái dấu thì phương trình luôn có 2 nghiệm trái dấu

6. Giải bài toán bằng cách lập phương trình

PHẦN HÌNH HỌC

1. Các tỉ số lượng giác của góc nhọn

2. Góc nội tiếp

Trong một đường tròn :

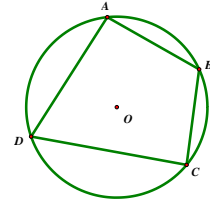
- a) Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.
- b) Các góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.
- c) Các góc nội tiếp chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.
- d) Các góc nội tiếp nhỏ hơn hoặc bằng 90° có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.
- e) Các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông và ngược lại góc vuông nội tiếp thì chắn nửa đường tròn.
- f) Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.

3. Tứ giác nội tiếp

a. Định nghĩa.

• Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (gọi tắt là tứ giác nội tiếp).

Hình bên: Tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp.



b. Định lí.

Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° .

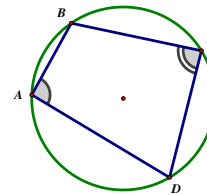
c. Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp:

Phương pháp giải: Để chứng minh tứ giác nội tiếp, ta có thể sử dụng một trong các cách sau:

Phương pháp 1: Chứng minh tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°

Minh họa: Tứ giác ABCD có $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$

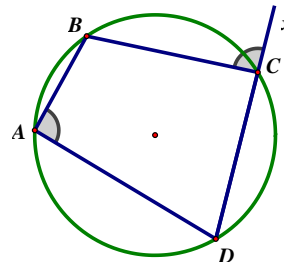
\Rightarrow Tứ giác ABCD nội tiếp.



Phương pháp 2: Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối của đỉnh đó thì nội tiếp được trong một đường tròn

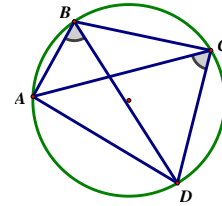
Minh họa: Ta có $\widehat{A} = \widehat{BCx}$

Suy ra: Tứ giác ABCD nội tiếp.



Phương pháp 3: Chứng minh từ hai đỉnh kề một cạnh cùng nhìn một cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc α

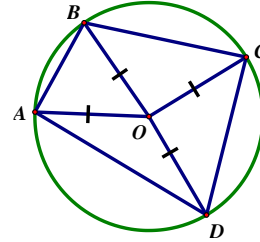
Minh họa: $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$. Suy ra tứ giác ABCD nội tiếp.



Phương pháp 4: Chứng minh cho bốn đỉnh của tứ giác cách đều một điểm nào đó

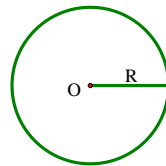
Minh họa: $OA = OB = OC = OD$.

Suy ra tứ giác ABCD nội tiếp.



4. Công thức tính diện tích hình tròn, chu vi đường tròn.

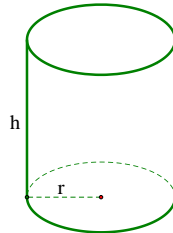
$$S = \pi R^2; C = 2\pi R$$



5. Công thức tính diện tích xung quanh, thể tích của hình trụ

$$S_{xq} = 2\pi r h$$

$$V = \pi r^2 h$$



B/ BÀI TẬP

Bài 1: Giải hệ phương trình sau :

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \begin{cases} 2x - 11y = -7 \\ 10x + 11y = 31 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 4x + 7y = 16 \\ 4x - 3y = -24 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 3x + y = 6 \end{cases} \end{array}$$

Bài 2. Xác định hệ số a, b, c. Tìm biệt thức Δ hoặc Δ' rồi giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} 2x^2 - 3x + 5 = 0; & \text{b)} 4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0; \\ \text{c)} 2x^2 + 2x - 1 = 0; & \text{d)} x^2 + \sqrt{3}x + 5 = 0 \end{array}$$

Bài 3. Xác định hệ số a, b, c ? Tính biệt thức Δ' rồi tìm nghiệm của các phương trình:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} 4x^2 - 4x - 3 = 0 & \text{b)} x^2 + 8\sqrt{3}x + 48 = 0 & \text{c)} x^2 + 2\sqrt{2}x - 6 = 0 \\ \text{d)} x^2 + 4\sqrt{3}x + 13 = 0 & \text{e)} -3x^2 + 4x - 4 = 0 & \end{array}$$

Bài 4. Tính nhẩm nghiệm của các phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} x^2 - 6x + 5 = 0 & \text{b)} 2x^2 + 5x + 3 = 0 \end{array}$$

Bài 5. Giải phương trình:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} x^4 - 5x^2 + 4 = 0 & \text{c)} 5x^4 + 2x^2 - 16 = 10 - x^2 \end{array}$$

b) $x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0$

d) $x^3 - 5x^2 - x + 5 = 0$

Bài 6. Giải phương trình:

a) $\frac{x-2}{x+1} + 1 = \frac{5}{2x-2}$

b) $\frac{2x}{x+1} = \frac{x^2 - x + 8}{(x+1)(x-4)}$

c) $\frac{x^2-3x+5}{(x-3)(x+2)} = \frac{1}{x-3}$

d) $\frac{2x}{x-3} = \frac{x^2+11x-6}{x^2-9}$

Bài 5: Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0$ (m là tham số)a) Giải phương trình với $m = 1$

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

Bài 6: Chứng minh rằng các phương trình sau luôn có nghiệm.

a) $x^2 - 2(m - 1)x - 3 - m = 0$;

Bài 7: Cho phương trình $mx^2 - 2(m - 1)x + m - 1 = 0$ (m là tham số)a) Giải phương trình với $m = -2$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

c) Tìm m để phương trình có nghiệm kép.

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.**Bài 10.**

a) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 5 m và độ dài đường chéo bằng 25 m. Tính diện tích mảnh vườn đó.

b) Một mảnh đất hình chữ nhật có đường chéo là $13m$. Biết chiều dài mảnh đất lớn hơn chiều rộng mảnh đất là $7m$. Hãy tính diện tích hình chữ nhật đó**Bài 11.** Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $240 m^2$. Nếu tăng chiều rộng 3 m và giảm chiều dài 4 m thì diện tích mảnh đất không đổi. Tính kích thước của mảnh đất.**Bài 12.** Bạn An và bạn Bích đi xe đạp từ thị trấn Đắk Song đến thị trấn Đắk Mil trên quãng đường dài 30 km, khởi hành cùng một lúc. Vận tốc xe của bạn An lớn hơn vận tốc xe của bạn Bích là 3 km/h nên bạn AN đến Đắk Mil trước bạn Bích 30 phút. Tính vận tốc xe của mỗi người.**Bài 13.** Một công ti phải sản xuất 1000 chiếc áo trong một thời gian quy định. Nhờ tăng năng suất lao động, mỗi ngày công ty đã làm thêm được 10 sản phẩm so với kế hoạch. Vì thế công ty đã làm vượt mức kế hoạch 80 sản phẩm và hoàn thành công việc sớm hơn 2 ngày so với quy định. Tính số áo mà công ty phải làm trong một ngày theo kế hoạch.**TƯƠNG GIAO ĐỒ THỊ****Bài 1.** Cho (P): $y = 2x^2$ và (d): $y = 3x + 2$.

Gọi giao điểm của (d) và (P) là A và B. Tìm tọa độ giao điểm của A và B bằng phép tính.

Bài 2: Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng d: $y = mx + 2$.a) Với $m = -1$ vẽ (d) và (P) trên cùng một hệ trục tọa độ. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) bằng phép tính.b) Tìm giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 5$

Bài 3. Cho Parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + m - 2$

Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm A, B phân biệt.

Bài 4. Cho đường thẳng d: $y = -mx + m + 1$ và Parabol (P): $y = x^2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) khi $m = 2$.

HÌNH HỌC

• HÌNH TRỤ

Bài 1. Một thùng nước có dạng hình trụ với chiều cao 1,6m và bán kính đáy 0,5m. Người ta sơn toàn bộ phía ngoài mặt xung quanh của thùng nước này (trừ hai mặt đáy). Tính diện tích bề mặt được sơn của thùng nước (lấy $\pi = 3,14$).

Bài 2. Một ống nhựa hình trụ dùng để thoát nước từ mái nhà có chiều dài 3m và đường kính 20cm. Hỏi diện tích nhựa để làm ống là bao nhiêu mét vuông ? (bỏ qua độ dày của thành ống, lấy $\pi = 3,14$)

• TỨ GIÁC NỘI TIẾP

Bài 1: Cho ΔABC nhọn, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác BCEF nội tiếp.

b) $HA.HD = HB.HE = HC.HF$.

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AD ($D \in BC$). Gọi I là trung điểm của AC, kẻ AH vuông góc với BI tại H.

a) Chứng minh tứ giác ABDH nội tiếp

b) Chứng minh tam giác BDH đồng dạng với tam giác BIC.

Bài 3. Cho nửa đường tròn đường kính AD. Lấy điểm B thuộc nửa đường tròn (B khác A và D), trên cung BD lấy điểm C (C khác B và D). Hai dây AC và BD cắt nhau tại điểm E. Kẻ đoạn thẳng EF vuông góc với AD (F thuộc AD).

a) Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp.

b) Chứng minh $AE.AC = AF.AD$

c) Chứng minh E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BFC.

Bài 4: Cho đường tròn (O) đường kính AB. Gọi H là điểm nằm giữa O và B. Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H. Trên cung nhỏ AC lấy điểm E, kẻ $CK \perp AE$ tại K. Đường thẳng DE cắt CK tại F. Chứng minh:

a) Tứ giác AHCK là tứ giác nội tiếp;

b) $AH.AB = AD^2$;

c) Tam giác ACF là tam giác cân.

TOÁN NÂNG CAO

Giải phương trình

a) $x^2 - 10x + 27 = \sqrt{6-x} + \sqrt{x-4}$

b) $\sqrt{2x-3} + \sqrt{5-2x} = 3x^2 - 12x + 14$

c) $\sqrt{2x+6} - \sqrt{5x-1} = \sqrt{3x+5} - 2$